# *Concursul Interjudeţean de Matematică al Şcolii cu clasele I-VIII nr. 56 "Jose Marti" Ediţia a VIII-a, 24.01.2009*

## Clasa a VIII-a

1. Se consideră ecuaţiile $a+b+c\sqrt{3}=15$ , $ab+bc\sqrt{3}+ca\sqrt{3}=75$ .
Există numere raţionale $a,b,c$ care verifică simultan aceste ecuaţii?
Dar numere reale $a,b,c$ ? (7 puncte)

(Daniela Chiteş)

2. a) Dacă $x,y\in\mathbf{R}$ , să se arate că are loc inegalitatea :

$$x^2-xy+y^2\ge\left(\frac{x+y}{2}\right)^2.$$ (3 puncte)

b) Dacă $x_1,x_2,...,x_{2009}\in\mathbf{R}$ , să se arate că are loc inegalitatea :

$$\sqrt{x_1^2-x_1x_2+x_2^2}+\sqrt{x_2^2-x_2x_3+x_3^2}+...+\sqrt{x_{2009}^2-x_{2009}x_1+x_1^2}\ge x_1+x_2+...x_{2009}.$$ (4 puncte)

( Gazeta Matematică , 2008, Gh.Szőllősy)

3. Să se arate că :

$$\frac{1+x^2}{1+y+z^2}+\frac{1+y^2}{1+z+x^2}+\frac{1+z^2}{1+x+y^2}\ge 2,$$

oricare ar fi numerele reale $x,y,z>-1$. (7 puncte)

(Laurenţiu Panaitopol)

4. Fie tetraedrul ABCD şi M,N,P,Q,R,S mijloacele segmentelor [AB] , [BC], [CD], [DA], [BD], respective [CA].
a) Să se arate că (MP),(QN) şi (RS) sunt concurente. (2 puncte)
b) Cum trebuie să fie tetraedrul pentru ca MNPQ să fie romb ? (2 puncte)
c) Să se arate că planele (AND), (ABP), (ACR), (BDS), (BCQ) şi (DCM) sunt concurente. (3 puncte)

**Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 0 la 7. Timp de lucru : 3 ore.**